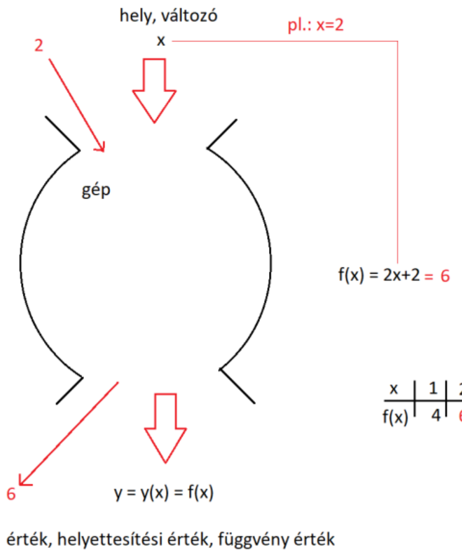
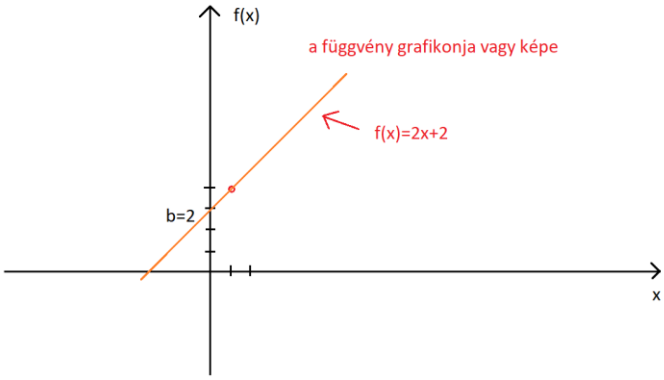
Függvénytani alapfogalmak

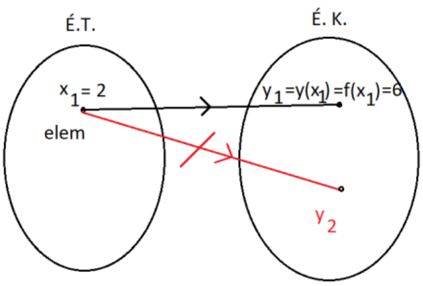
0. ovis definíció



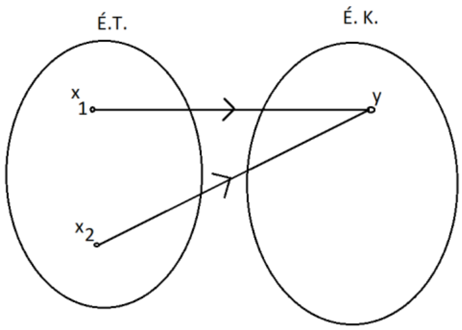
x	1	2	3	4
f(x)	4	6	8	10



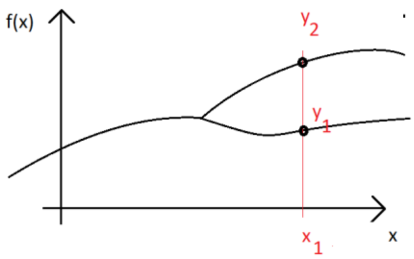
beszéd mód: a függvény az x=2 helyen felveszi az y=6-os értéket vagy függvényértéket

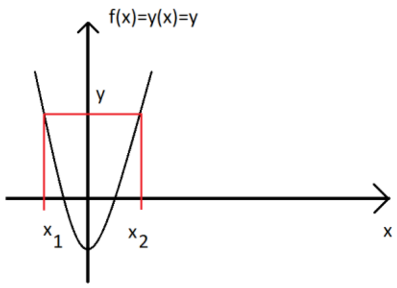


A pirossal jelölt hozzárendelés hibás, nem egyértelmű



A fordított eset viszont lehetséges, pl.: a parabola függvény esetében.





1. **a függvény definíciója**

$f: A \to B$ leképezést (hozzárendelést) *függvénynek* nevezzük, ha A minden eleméhez pontosan egy B -beli elemet rendel.

- az **A halmaz** neve: Értelmezési Tartomány, É. T., (D)
- A **B halmaz** neve: Érték Készlet, É. K. , (R)

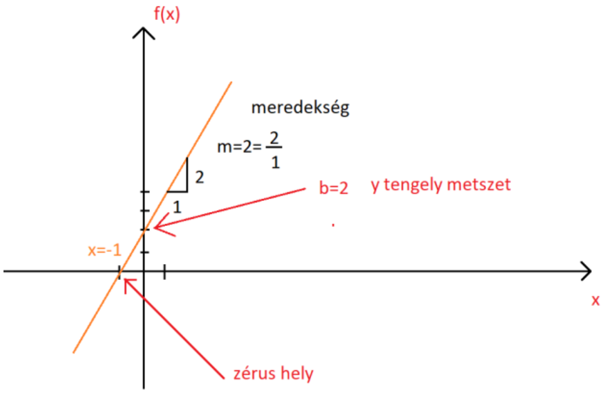
2. zérushely

$f: A \rightarrow B$ függvénynek $x_0 \epsilon A$ -ban zérushelye van, ha $f(x_0)=0$

pl.: y(x)=2x+2 függvényt (vagy egyenletet) tegyük egyenlővé 0-val.

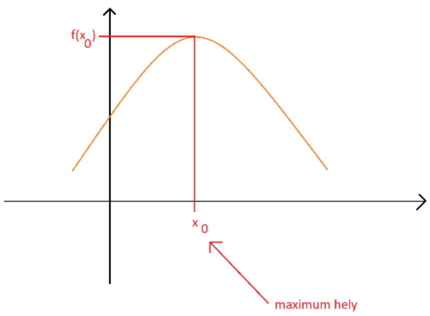
$$2x+2=0$$

Ha megoldjuk akkor megkapjuk az x=-1 megoldást, amit zérushelynek nevezünk. Tehát ebből következik, hogy a zérushely jelentése az x tengelyen vett metszéspont. Az x tengely egyenlete egyébként az y(x)=f(x)=y=0, ezért van az, hogy a fenti egyenletet 0-val tettük egyenlővé.



3. maximumhely

$f: A \rightarrow B$ *függvénynek* $x_0 \epsilon A$ -ban maximumhelye van, ha $f(x_0) \geq f(x)$ $\forall x \in A$-ra



4. minimumhely

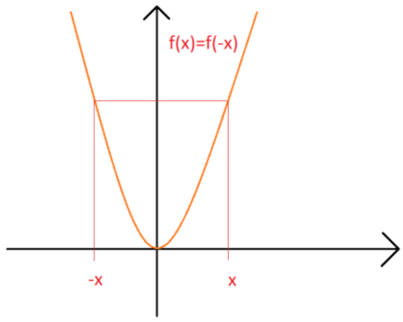
$f: A \rightarrow B$ *függvénynek* $x_0 \epsilon A$ -ban minimumhelye van, ha $f(x_0) \leq f(x)$ $\forall x \in A$-ra

PARITÁS

5. PARITÁS

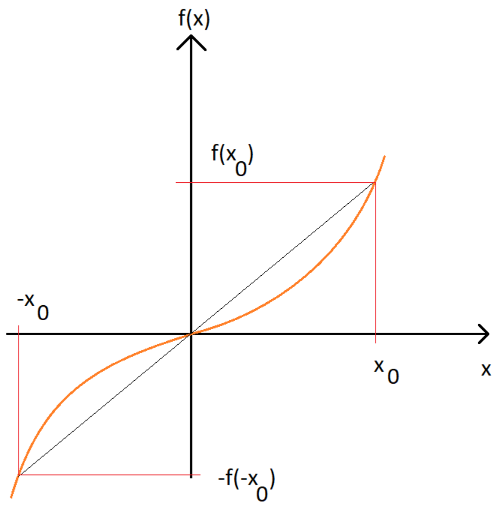
- **páros: a függvény az y tengelyre nézve tükrös, azaz szimmetrikus**

$f: A \to B$ *függvény páros ha* $\forall x \in A$-ra f(x)=f(-x)



- **páratlan: origóra nézve középpontosan tükrös**

$f: A \to B$ *függvény páros ha* $\forall x \in A$-ra f(x)= -f(-x)



6. korlátosság

$f: A \to B$ *függvény felülről korlátos, ha* $K \in R: f(x) \leq K, \forall x \in A$*-ra*

egy függvényt korlátosnak nevezünk ha felülről és alulról is korlátos

7. **összetett függvény**

$g: A \to B$ és $f: B \to C$, függvények esetén az összetett függvény **f(g(x))**, ahol f a külső függvény és a g belső.

$$f(x) = \sqrt{x}, \quad g(x) = \frac{1}{x}$$

$$f\big(g(x)\big) = \sqrt{\tfrac{1}{x}}, \quad g\big(f(x)\big) = \tfrac{1}{\sqrt{x}}$$

vagy

$$f(x) = |x|, \quad g(x) = x^2 + 2$$

$$f\big(g(x)\big) = |x^2 + 2|, \quad g\big(f(x)\big) = |x|^2 - 2$$

8. **inverz**

f^{-1}: A $\to$ B függvény inverze az f: B$\to$ A függvénynek, ha $\forall x \in A \cap B -$ re $f\,(f^{-1}(x)) = f^{-1}\,(f(x)) = x$

geometriai jelentés: az f függvény f^{-1}, inverze az a függvény lesz amelyik az origón átmenő 45^0-os egyenesre tengelyesen tükrös lesz.

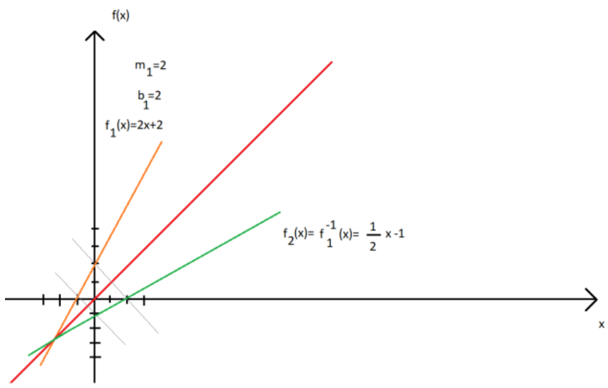
pl.: határozzuk meg az f(x)=2x+2 függvény inverzét

lépések

1. keressük meg a függvény zérus helyét

2x+2=0, x=-1

2. ábrázoljuk a függvényt, y(x)=m·x+b alapján m=2, b=2
3. határozzuk meg az inverz függvény paramétereit



- látható, hogy $f^{-1}(x)$ az x=2 helyen metszi az x tengelyt a tükrözés miatt, az is látható, hogy az inverz függvény meredeksége $m_2=1/2$.
- az inverz függvény zérushelyéből számolható az y tengely metszet: b_2
- $x_2=2$ miatt,

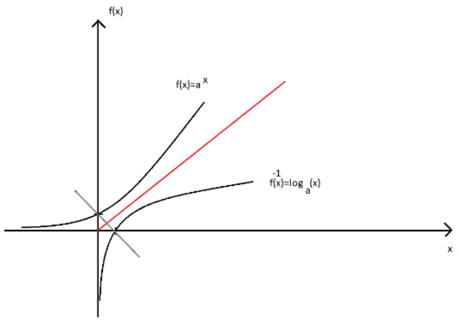
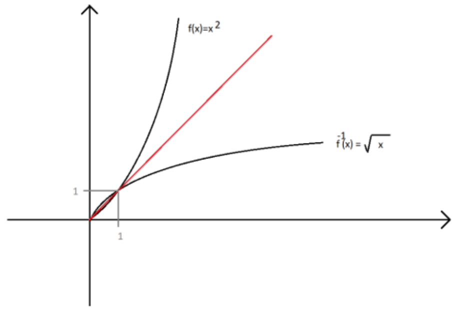
$$0 = \frac{1}{2} \cdot 2 + b_2$$

$$0 = 1 + b_2$$

$$b_2 = -1$$

$$f^{-1}(x) = \frac{1}{2} \cdot x - 1$$

Példák további inverz függvényekre:

 $y=a^x$ $\downarrow$ $x=a^y \quad \mid \log_a()$ $\log_a(x)=\log_a a^y$ $\log_a(a)=1$ $\log_a(x)=1y$ $y=\log_a(x)$	 $y=x^2$ $\downarrow$ $x=y^2 \quad \mid \sqrt{..}$ $\sqrt{x}=\sqrt{y^2}$ $\sqrt{x}=y$ $y=\sqrt{x}$